eikasía
REVISTADEFILOSOFIA.COM

La paradoja de la disciplina matemática: un análisis desde el materialismo formalista

Daniel Himar González del Pino. Estudiante de Grado en Filosofía, Universidad de la Laguna (España)
Pablo Gómez Delgado. Estudiante de Grado en Filosofía, Universidad de la Laguna (España)
Recibido 09/12/2024

Resumen

El presente trabajo consiste en la formulación y presentación de intentos de solución de una paradoja en filosofía de las matemáticas. La paradoja se hace presente desde los planteamientos de un amplio abanico de posturas, entre ellas, el *materialismo formalista*. Postura elocuentemente tipificada por Gustavo Bueno, se adhiere a la idea de que las matemáticas son una ciencia positiva como cualquier otra.

Aquí, la tradicional etiqueta de «ciencia formal» revaloriza completamente su sentido. La actividad matemática es desempeñada por sujetos de carne y hueso, que operan con símbolos materiales antes que con ideas puramente abstractas. Además, tienen un origen cultural: son una consecuencia de un curso histórico concreto, de mecanismos sociales particulares y de determinadas formas de instrucción y difusión del conocimiento. Las matemáticas no proliferan naturalmente en todas las comunidades humanas.

Y, sin embargo, la verdad en las matemáticas es universal. ¿Cómo es esto posible?¿Cómo puede ser que un producto cultural sea universalmente verdadero? Esta es la denominada *paradoja del origen cultural de las matemáticas*.

Palabras clave: filosofía de las matemáticas, materialismo formalista, paradoja, ciencias formales, cultura, naturaleza.

Abstract

The paradox of the mathematical discipline: an analysis from formalist materialism

This paper formulates and presents attempts to resolve a paradox in the philosophy of mathematics. This paradox is present in the approaches of a wide range of positions, including *formalist materialism*. This position, eloquently typified by Gustavo Bueno, adheres to the idea that mathematics is a positive science like any other.

Here, the traditional label of «formal science» completely revalorises its meaning. Mathematical activity is carried out by flesh-and-blood subjects, who operate with material symbols rather than purely abstract ideas. Moreover, they have a cultural origin: it is a consequence of a specific historical course, of particular social mechanisms, and of certain forms of instruction and dissemination of knowledge. Mathematics does not naturally proliferate in all human communities.

And yet, truth in mathematics is universal. How is this possible? How can a cultural product be universally true? This is the so-called *paradox of the cultural origin of mathematics*.

Key words: Philosophy of Mathematics, Formalist Materialism, Paradox, Formals Sciences, Culture, Nature.

ISSN-e: 1885-5679
Gustavo Bueno: 100 años

ISSN-e: 1885-5679
Gustavo Bueno: 100 años

La paradoja de la disciplina matemática: un análisis desde el materialismo formalista

Daniel Himar González del Pino. Estudiante de Grado en Filosofía, Universidad de la Laguna (España)
Pablo Gómez Delgado. Estudiante de Grado en Filosofía, Universidad de la Laguna (España)
Recibido 09/12/2024

§ 1. Introducción

Pareciera que, entre las típicamente llamadas «ciencias duras», las matemáticas, junto a la lógica, son las que presentan una naturaleza más esquiva. Pocos filósofos y científicos se han atrevido a dudar de la rigurosidad de la física o la química, así como de su alto grado de fiabilidad; sin embargo, no son pocos los autores que cuestionan que las matemáticas sean una ciencia *stricto sensu*, y no un «mero» lenguaje (para tales ciencias, faltaría agregar). Así, por ser esta una materia tan peculiar, no es extraño que se la haya abordado desde una multitud de perspectivas: 1) desde las filosofías de la ciencia más propiamente dichas, 2) pasando por enfoques de corte más sociológico, 3) hasta llegar a los llamados estudios culturales de la ciencia.

De esta manera, toda filosofía de la ciencia que pretenda un mínimo grado de extensión en su análisis deberá plantearse este tipo de cuestiones (y más) acerca del carácter de las matemáticas. Siendo breves, no hay filosofía de la ciencia completa sin filosofía de las matemáticas. Esto es algo que la teoría del cierre categorial y sus seguidores ha tenido muy en cuenta, en la medida en que tanto sus aspectos ontológicos, sus propuestas de sistematización de las áreas del conocimiento, sus preceptos gnoseológicos, etc. son tan perfectamente aplicables a la disciplina matemática como al resto de disciplinas que pueblan el corpus de lo que llamamos «ciencia». Por supuesto, esto no hace que la teoría esté exenta de dificultades (y mucho menos, que no sea ella misma capaz de ofrecer explicaciones frente a tales dificultades). Es una de ellas la que nos ha motivado a presentar el siguiente artículo: la paradoja del origen cultural de las matemáticas.

§ 2. Importancia de la reflexión filosófica de las matemáticas

En este apartado se trata de justificar la pertinencia de un modo o procedimiento de estudio en particular (de entre los diversos que pudiera haber) a través del cual se pueda analizar las matemáticas, esto es, dar respuesta a la cuestión de por qué debería hacerse filosofía de las matemáticas así como se hace historia de las matemáticas o sociología del conocimiento matemático, por ejemplo.

¿Por qué abordar, desde la filosofía, la matemática? Carlos Madrid describe la situación de la filosofía de las matemáticas como «una disciplina que parece el pariente pobre de la filosofía de la física o de la biología» (Madrid, 2018: 164). Pensamos, como él, que en la historia de la filosofía de la ciencia profesionalizada (cuyo nacimiento podríamos establecer con la consolidación de la cátedra de Filosofía de las Ciencias Inductivas en 1895, junto a la fundación del Círculo de Viena en 1922) ha primado más el análisis filosófico de ciencias como la física, la química o la biología[1], y que la pregunta sobre la naturaleza de las matemáticas solamente es planteada de forma subsidiaria para fortalecer el estudio de las ciencias naturales, quedando así su análisis particular relegado a una condición de dependencia del resto de las ciencias. Es como si la pregunta por la definición de las matemáticas, y todas las que pudieran tener que ver con esta (como ¿cuál es el fundamento de las matemáticas?, ¿qué estatuto ontológico poseen los objetos matemáticos?, o ¿qué alcance aplicativo tienen los teoremas matemáticos en el mundo natural?) solamente tuviese interés en la medida que puede contribuir al contorneado de otras ciencias naturales.

Nosotros afirmamos, no solo que la filosofía de las matemáticas tiene un valor autónomo y es merecedora de interés por sí misma (aunque no negamos, por supuesto, que hacer filosofía de las matemáticas pueda servir de manera instrumentalista para subsiguientes investigaciones de otras ciencias); sino que esta importancia que reivindicamos, se hace aún más acuciante dentro de la filosofía del cierre categorial. Es importante la reflexión gnoseológica de las matemáticas en general, simplemente por

[1] Sobre todo de la física. Para comprobar esto basta con pasar revista a algunas de las publicaciones de los integrantes del Círculo de Viena —*Fundamentación lógica de la física* (1969), *La concepción científica del mundo* (1929) como texto fundacional, entre otros— y ver que, valiéndonos de la terminología kuhneana, los ejemplares de la matriz disciplinaria del positivismo lógico se condensan en el tratamiento de la física como ciencia ejemplar desde el análisis lógico del lenguaje científico, tomando al lenguaje de la física como canon.

ISSN-e: 1885-5679

el hecho evidente de la *relación estrecha* que mantiene la disciplina matemática con el resto de disciplinas científicas (este hecho se confirma solo con comprobar los diferentes planes de estudio de la facultades científicas universitarias —en estudios de física, química, economía, etc.— y ver que las matemáticas cobran presencia como mínimo en los primeros cursos como asignatura «propedéutica básica o fundamental» [Bueno, 2000: 51]). Esta estrecha relación ha acontecido desde los orígenes académicos de la tradición occidental (recordemos la advertencia del frontispicio de la Academia de Platón)[2], Gustavo Bueno no vacila en declarar esta importancia «como un hecho» (*idem*) y entendemos que sería un error por nuestra parte no considerarlo del mismo modo.

§ 3. Presupuestos que asumimos cuando analizamos a la matemática. El materialismo formalista

Ya lo dijo Bueno, pero lo decimos nosotros también; «cualquier intento de tratamiento, análisis o enjuiciamiento de una institución, estructura o sistema […] solo puede comenzar *in medias res* y con unas premisas más o menos precisamente formuladas» (*ibidem*: 59). No podemos pretender hablar con lucidez de la matemática como ciencia desde un conjunto cero de premisas, estamos siempre forzados a partir de una determinada colección de supuestos que asumimos, ya sea explícito o no.

El materialismo formalista, que es la doctrina del materialismo filosófico aplicado a las ciencias mal llamadas «formales», defiende que las matemáticas, además de ser admitidas sin dificultad como ciencia en el sentido de «saber hacer» (sentido I histórico) y en el sentido de sistema axiomático (sentido II histórico), cumplen con las prescripciones necesarias para ser considerada una ciencia en la acepción histórica tercera, aquella que define la ciencia como «ciencia positiva»[3] en el sentido moderno, es decir, que la matemática, como ciencia positiva, actúa «sobre una materia que le es dada ("positiva")» (*id.*).

[2] Gustavo Bueno también habla de Kant como apoyo de esta presencia de las matemáticas: «una ciencia solo es ciencia en lo que tiene de Matemáticas» (Bueno, 2000: 51).
[3] Las acepciones históricas de la palabra *ciencia* ya han sido expuestas por Gustavo Bueno en distintos trabajos, si se quiere indagar más sobre esta materia, puede consultarse *¿Qué es la ciencia?* (1995).

«Las ciencias […] son actividades de carácter operatorio manual ya que implican la realización de operaciones y transformaciones sobre cuerpos» (Alvargonzález, 2019: 105), esto es lo que David Alvargonzález, desde los presupuestos del materialismo filosófico, entiende como ciencia moderna, ciencia positiva. Es necesario entonces que una ciencia que sea candidata a ser reconocida como moderna en este sentido, cuente con dos niveles, a saber: uno propositivo (que podemos hacer corresponder, con riesgo de ser groseros, con la *forma*) y un estrato objetual (que podemos analogar con la *materia*, corriendo el peligro de no ser muy precisos).

Históricamente, las matemáticas han tendido a ser tratadas por la filosofía como ciencia cuyos resultados son independientes de la realidad física. Algunos describen su estructura y su forma de razonar de tal modo que le permitiría crear verdades universales sin referencia objetiva (en casos como el intuicionismo, donde la referencia sería mental) o si la referencia es objetiva, entonces se referiría a objetos supraterrenales y no empíricos (como ideas). Siguiendo este esquema de pensamiento, las verdades matemáticas serían aceptadas como *a priori* y a veces analíticas (logicismo) o a veces sintéticas (intuicionismo, kantismo, etc.). Podríamos discutir aquí la razón de por qué se ha llegado a estas conclusiones respecto a las matemáticas, pero no es el lugar para hacerlo, con todo, la explicación que ofrece Alvargonzález (2019)[4] partiendo de la distinción entre clasificaciones ontológicas y gnoseológicas, nos parece de sumo interés.

La presencia de esta visión de la matemática como ciencia exenta de materialidad, podría atribuirse a la peculiaridad única que se le adscribe cuando la comparamos con el resto de las disciplinas científicas; a saber, que el campo material del resto de categorías se organiza en virtud de objetos, términos y cosas a las que se les presupone una existencia o realidad segregada de la propia actividad científica. Consideremos como ejemplo a la astronomía: las partes de sus bases que coordinan el arreglo sistemático son términos como estrellas, galaxias, planetas, entre otros. El científico que opera con esos conceptos piensa en la realidad de cada uno de ellos como ajena a su investigación, es decir, los planetas o galaxias existían antes de que se hablase de ellos y no dependen de que nosotros percibamos para que persistan en su realidad. Al

[4] En este artículo, Alvargonzález expone con agudeza las diferencia entre las clasificaciones de la ciencias que obedecen a criterios ontológicos y las que obedecen a criterios gnoseológicos.

contrario, con la matemática esto no sucede, sino que «las disciplinas matemáticas no parecen tener referencias reales distintas de las que ellas mismas puedan construir» (Bueno, 2000: 53). Salvo los realistas matemáticos[5], ninguno piensa que el conjunto de los números enteros positivos $n > 1$ ni el conjunto de potencias de números primos $n = p_1^{\alpha 1}, p_2^{\alpha 2}, p_3^{\alpha 3}, \ldots$ detenten por ellos mismos una realidad autónoma independiente del sujeto operante (esa posibilidad queda directamente descartada al rechazar la existencia de infinitudes reales como sería en este caso). Como términos operables fisicalistas (materialidades primogenéricas) no se les concede ninguna independencia anantrópica. Solamente cuando se coordinan con las operaciones del sujeto (materialidades segundogenéricas) y se establecen relaciones representadas por ellos (materialidades terciogenéricas) podemos hablar de resultados anantrópicos (como la identidad constitutiva del teorema fundamental de la aritmética $n = p_1^{\alpha 1} p_2^{\alpha 2} \ldots p_k^{\alpha k} = \prod_{i=1}^{k} p_i^{\alpha i}$). Aquí se palpa la diferencia en relación con las ciencias naturales: las materialidades primogenéricas son supuestas como existentes al margen de la observación humana. Bueno, a propósito de esta ilusión (la de que las matemáticas no sean materiales), hace referencia al siguiente comentario de Einstein: «las Matemáticas, en cuanto ciencias exactas, no se refieren a la realidad y cuando se refieren a la realidad, dejan de ser exactas» (*id.*)

El materialismo formalista va a convenir con el programa formalista de Hilbert en que los símbolos matemáticos (tanto numerales como figurativos) no refieren entidades exteriores a ellos mismos (esta asunción Bueno la denomina como «desconexión semántica» [Bueno, 1979: 29]), rechazando, de este modo, las teorías platónicas realistas de los objetos matemáticos. En lo que va a disentir el materialismo de Gustavo Bueno es en que esta desconexión no implica una significatividad vacía que deba ser compensada con la organización de las proposiciones en un sistema axiomático, sino que la explicación es mucho más simple: los signos matemáticos poseen materialidad de carácter tipográfico (compuesta por la conjunción de la tinta o tiza con la que se engendran y el papel o pizarra que los soporta) y su significado reside precisamente en esta materialidad. Siendo más concretos: el significado de los objetos matemáticos (y de la lógica también) es *autorreferencial*. Con esta explicación se aclara

[5] Nos referimos aquí a un realismo matemático «tradicional», por ejemplo, el de Platón. Por supuesto, el materialismo formalista no deja de ser otra forma más de realismo matemático (piénsese en M_3).

que no hay ninguna disciplina que se considere científica por el materialismo filosófico que no sea material, todas están determinadas por dos estratos o niveles categoriales (dos componentes que constituyen la categoría, siendo más exactos), a saber: su forma (componente genérico-k) y su materia (que compone su campo categorial).

Haciendo uso de la distinción entre descubrimiento material y el descubrimiento formal, podemos afirmar que el descubrimiento material de la significatividad fisicalista de los conceptos matemáticos ocurrió hace ya un buen puñado de décadas por parte de numerosos matemáticos y filósofos. Carlos Madrid expone como ejemplos citas de Hilbert («en el principio fue el signo»), Kolmogórov («mi lápiz pertenece a las matemáticas») y a Erns Schröder y el axioma de la adherencia de los signos (todas nuestras argumentaciones y deducciones están aseguradas por los signos que subsisten en nuestra memoria y, sobre todo en el papel), pero parece que ninguno de ellos reparó en la relevancia de este fenómeno, es decir, la imposibilidad de la presencia de «operaciones […] al margen de la "manipulación" con objetos corpóreos» (Bueno, 2000: 55) para admitir que precisamente por esto es que los objetos matemáticos encuentran su significado en la referencia a ellos mismos como cuerpo material.

3. 1. Conclusiones

Considerando ya expuesta el conjunto de formulaciones que nosotros aceptamos, en aras de ordenar las aseveraciones mencionadas, vamos a realizar una lista que recoja los principios del materialismo formalista asumidos como premisas y de las cuales partimos cuando nos disponemos a analizar la matemática desde el sistema de Gustavo Bueno. Enumeremos los presupuestos:

1) En relación con la matemática, aunque decidamos mantener el calificativo de *formal* en el nombre del conjunto de ciencias en el que está incluida (ciencias *formales*), debemos tener en cuenta que esta conservación es meramente, si se quiere, retórica y por tradición, dado que todas las ciencias exigen a sus científicos la operación de sus términos, entendiéndolos como objetos físicos y corporales (la operación es *quirúrgica*). En el caso de la matemática, la

materialidad de sus objetos y su corporalidad reside en su carácter tipográfico, *ideogramático*.

2) Las ciencias son totalidades con dos niveles categoriales: la forma genérica (estructura categorial) y el campo categorial (materia). El *material matemático* ayuda a demarcar el conjunto de las categorías matemáticas del resto de categorías y posibilita su proclamación como ciencia positiva. La forma genérica permite delimitar y dibujar el contorno de cada actividad matemática (la geometría como disciplina separada de la aritmética, de la topología, etc.) pues ninguna de ellas agota la totalidad del campo categorial y su unidad queda fijada gracias a la «concatenación de los términos materiales de cada campo» (Bueno, 2000: 61).
3) Ni la forma ni la materia de las categorías matemáticas se hipostasian, dando así como resultado a la teoría circularista de la verdad como sistema sintético de identidades. Ambos conceptos están conjugados y son inseparables, *(M,F)=(0,0)*. En las matemáticas, la forma fabrica la materia pero la materia se separa de la forma actuando como un cuerpo autónomo, que le impone sus normas a la forma.
4) Las matemáticas conforman, entonces, una ciencia positiva en el sentido moderno de ciencia, del mismo modo que la física, la biología o la química son comprendidas como ciencias positivas.

§ 4. Formulación de la paradoja

Platón, en *Menón*, defendió que las matemáticas eran entidades innatas con un cierto grado de independencia de factores contextuales como la educación. Esto lo intentó demostrar apelando al ejemplo de un sirviente que, a pesar de no haber recibido ningún tipo de instrucción en el asunto, era capaz de resolver sin mayores complicaciones los problemas de geometría contra los que Sócrates le enfrentaba. Sin embargo, el origen y la naturaleza de las matemáticas será para nosotros algo totalmente distinto; defenderemos, entonces, *el origen cultural de las matemáticas*.

Lejos de lo que sugirió Platón, las matemáticas no son herramientas conceptuales ni objetos mentales innatos de las personas. Puesto que damos como un hecho el que la matemática sea una disciplina (en palabras de Bueno, «aquello que puede, debe o necesita ser enseñado» [2000: 48]), se sigue de ello que hay que aprenderlas, y su aprehensión está guiada por una serie de factores tales como la educación reglada, las competencias del sujeto, la cultura y la tradición intelectual donde nos enmarquemos, y las posibilidades de acceso del presunto aprendiz (tanto económicas como sociales) a dicha disciplina. Una vez se funda la distinción entre «herencia genética de patrones orgánicos» y «herencia cultural de patrones culturales» (Bueno, 2000: 49) se hace casi palpable la necesidad de postular que la herencia cultural se lleva a cabo por medio de la intervención del aprendizaje. Entrando en diálogo con Bueno, diríamos que el aprendizaje cultural es un «proceso etológico imprescindible en el proceso biológico de la reproducción de la vida de los animales superiores» (*id.*). Los patrones culturales que heredamos los humanos toman la forma de normas, normas que aprendemos y que podrían tener parangón con *rutinas* que nos permiten explotar nuestro mundo entorno. Estos sistemas de normas solo pueden ser aprendidos y, de esta forma, propagados por las generaciones sucesoras de un determinado grupo cultural. Aceptando esto, no nos queda otra opción que concederle al aprendizaje formal de normas, esto es, un sistema de normas, una disciplina, un origen netamente cultural y no natural. Cualquier determinado sistema de normas, a partir de un cierto grado de complejidad, es algo que «debe ser aprendido» (y enseñado) porque por naturaleza no se reproduciría por sí mismo entre los hombres.

Concluimos, en definitiva, que las matemáticas, entendidas como disciplina no pueden ser jamás resultado de un proceso natural, sino artificioso, cuyo aprendizaje se basa en la comprensión de sus normas creadas por humanos y sistematizadas por ellos. Pero las conclusiones de Gustavo Bueno son aún más fuertes en la medida en que arguye que las matemáticas no son solo una disciplina, son, además la disciplina por antonomasia. La justificación de este enunciado se encuentra en la constatación de que, al comparar las matemáticas con el resto de disciplinas, nos damos cuenta de que a pesar de que en la mayoría de ellas no sea necesario, para el aprendizaje cultural, mantener ciertas normas básicas (porque, o bien se pueden modificar, o bien vienen impuestas por un medio objetivo —como ocurre con las tecnologías—), en las matemáticas es imprescindible la conservación de esas normas, pues es en un reproducción y repetición donde se produce la verdad universal matemática.

ISSN-e: 1885-5679
Gustavo Bueno: 100 años

> La universalidad de los resultados geométricos no descansa sobre una identidad externa, entre figuras clónicas, sino sobre una identidad esencialmente interna, entre los cursos operatorios que se realizan sobre cada figura. [Madrid, 2018: 173]

En definitiva, sin el mantenimiento de las normas básicas, la disciplina matemática no podría enseñarse porque sus resultados no tendrían validez. Y es por esta observación que las matemáticas son consideradas por Bueno como la disciplina por excelencia, porque, acudiendo a sus palabras, «sin perjuicio de su artificiosidad —de su lejanía de las secuencias naturales— las normas necesarias se reproducen con una sorprendente y rigurosa necesidad en cuanto a la "sustancia"» (Bueno, 2000: 51), ya empieza a asomar aquí un componente paradójico.

Sintetizando: un sujeto cualquiera criado en, pongamos, una población aislada, no tendría por qué desarrollar un sistema ideográfico mediante el cual ejemplificara operaciones aritméticas, geométricas, de cálculo, etc. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un producto cultural más, anclado a una determinada cultura, como bien puede ser el lenguaje natural o el código moral. Irónicamente (y acercándose a esta línea sin ser consciente de ello), cuando Sócrates pide a Menón que traiga un sirviente para interrogarlo, *lo primero que le pregunta es si este individuo es griego y habla griego*.

Sin embargo, esto conduce a una paradoja. Está claro que las normas éticas, por ejemplo, son válidas para la cultura en la que han sido alumbradas, y dicha validez no es extrapolable a la totalidad de los pueblos (independientemente de que podamos aducir argumentos para aceptar unas éticas y rechazar otras). Esto parece ser una característica de los productos culturales; empero, y siendo la matemática otro producto cultural más, su validez no se ve anclada a su nicho. ¿Acaso el teorema de Tales no es válido fuera de Grecia y Turquía?¿Acaso el número de Hardy-Ramanujan pierde sus propiedades aritméticas más allá de las islas británicas? Es a esto a lo que llamamos *la paradoja del origen cultural de las matemáticas*. Gustavo Bueno la expresó en los siguientes términos:

> La disciplina matemática, y esta sería su paradoja, es un producto cultural, que se resuelve en la concepción de estructuras que ya no pueden ser consideradas ni siquiera como contenidos de la cultura (aunque tampoco sean contenidos de la Naturaleza). [Bueno, 2000: 51]

Una población dada podría cambiar fácilmente de normas éticas, así como podría cambiar perfectamente el tipo de música que produce y su manera de hacerlo. En cambio, solo podría cambiar institucionalmente la manera en que se *enseñan* matemáticas, *pero no podría renegar de su contenido*. No se podrá enseñar, por mucho que un individuo o un grupo quisiera, que $S \neq \pi r^2$ (no entraremos ahora en la explicación gnoseológica que la teoría del cierra categorial ofrece para explicar esto). Si se ha comprendido un teorema matemático, ni se puede dudar de su verdad, ni se puede cambiar su validez. Las matemáticas son entonces un producto cultural cuya validez no es ya particular, sino universal. Entonces, y a fin de evitar la paradoja, ¿estamos obligados a abandonar una de las dos premisas?¿Nos vemos en la necesidad de o bien rechazar que las matemáticas sean un producto cultural, o bien que sus teoremas son portadores de validez universal?

§ 5. Solución de la paradoja

Según lo hemos expresado nosotros, la paradoja adquiere esta forma:

P1. Las matemáticas son un producto cultural.
P2. Las matemáticas producen teoremas cuya validez es universal.
P3. La validez de los productos culturales son relativas a su cultura nicho.

C. La validez de las matemáticas es relativa a la cultura nicho y la validez de las matemáticas es universal (contradicción).

Nótese que aquí la paradoja está expresada de manera ligeramente distinta a como Gustavo Bueno la presentó. Mientras que él sugería que ni eran un producto cultural a todos los efectos, ni eran parte de la naturaleza a todos los efectos (esto es, una paradoja ontológica: ¿son las matemáticas entidades naturales o culturales?), la nuestra es una paradoja epistémica, acerca del carácter de su validez. Vayamos paso por paso: presentemos primero la solución a la paradoja ontológica, y luego, a la epistémica.

5. 1. Solución de la paradoja ontológica

La paradoja ha sido resuelta, en los términos en que Gustavo Bueno la presentó, por Carlos Madrid, apelando al concepto de *hiperrealidad*. Procedamos paso por paso: como hemos venido diciendo, y en palabras de G. Bueno, «los términos del campo de las matemáticas no preexisten al proceso de construcción» (Bueno, 2000: 66), es en este sentido en el que decíamos que las operaciones matemáticas conscientes y ejecutadas sobre ideografías no se reproducen naturalmente para cualquier población humana. Sin embargo, ocurre que las identidades sintéticas de las matemáticas se disocian del sujeto operante[6]. En palabras de Carlos Madrid:

> Pero estos conjuntos numéricos determinados, desde luego, por el hombre, se terminan enajenando de él y ganando autonomía hasta el punto de que, por ejemplo, existe una infinidad de números naturales, más de los que ningún hombre o ninguna máquina contará jamás. [Madrid, 2018: 183]

Las matemáticas son genéticamente dependientes del sujeto que las alumbra y que opera con ellas, empero, el resultado de tales operaciones queda perfectamente disociado del sujeto (nótese que esto se aplica *a todas las ciencias naturales*): si bien los términos matemáticos y las operaciones efectuadas con dichos términos (M_1 y M_2, respectivamente) no se pueden entender sin un sujeto que las conjugue, las identidades sintéticas (teoremas y leyes) resultantes sí pueden ser contempladas al margen de todo sujeto operante —y de ahí la universalidad de su validez—. Esta realidad anantrópica (esto que llamamos *materialidad terciogenérica*, o M_3), segregada de otras realidades antrópicas (como podrían ser los arreglos sistemáticos a nivel tecnológico o directamente fisiológico) y, segregadas también del estrato proposicional que las engendra, es lo que llamamos *hiperrealidad*, que no es más que una serie de verdades científicas agregadas al anclaje anterior compuesto por la totalidad de partes

[6] En un encuentro organizado a finales del pasado mes de octubre, el profesor Íñigo Ongay nos preguntó acerca de la importancia de la neutralización de las operaciones tanto en el planteamiento de la paradoja como en los distintos intentos de respuesta ofrecidos. Pese a que no sea un concepto que hayamos nombrado expresamente, al lector atento no se le escapará que las páginas que siguen lo aluden aún más directa que tácitamente: si las operaciones no quedaran neutralizadas, el concepto de «hiperrealidad» sencillamente no se entendería. Por lo pronto, no nos adelantemos.

constitutivas de la realidad. Las matemáticas, así como el resto de las ciencias, «no describen o representan la realidad sino que son tramos importantes de la realidad previa existente los que entran a formar parte de las ciencias para dar lugar a una realidad nueva»(Alvargonzález, 1996: 3-46). Dicho de otro modo, la realidad se ensambla con el cuerpo científico y este crea una extensión sumando al conjunto anterior nuevos elementos de la realidad. Así la naturaleza no es algo resuelto y ya acabado, un biombo esperando a ser palmado y medido por el humano en las distintas parcelas de su tejido, sino más bien un ente procesual, que va cambiando y transformándose gracias a la contribución de las ciencias. Expresándonos de manera sencilla: el matemático construye entidades que no estaban en la realidad, pero que terminan siendo reales. Y, como dijimos antes, este esquema es aplicable a las demás ciencias naturales: hay también hiperrealidades en la física, como los electrones, y en la biología, como el mecanismo de la selección natural.

Entonces, la paradoja ha quedado ontológicamente resuelta: no es tanto como Gustavo Bueno planteó, que las matemáticas no son ni contenidos de la cultura ni de la naturaleza; muy por el contrario, *son tanto contenidos de la cultura como de la naturaleza*. Las matemáticas, en M_1 y M_2, son contenidos de la cultura, y en M_3, son contenidos de la naturaleza.

5. 2. Solución de la paradoja epistémica

Aún queda una pregunta por resolver, o mejor dicho; aún queda por resolver la paradoja planteada en otros términos (a saber, términos gnoseológicos). La pregunta, entonces, no es tanto qué tipo de entidades son las matemáticas, sino la relación cognitiva que media entre ellas y el sujeto operante: ¿los avances en el campo de la matemática constituyen *inventos*, o *descubrimientos*?[7] Por supuesto, la solución a esta formulación de la paradoja estará condicionada por la postura ontológica que se haya asumido. En nuestro caso, seguimos en la línea del punto anterior.

[7] En realidad, la versión epistémica de la paradoja admite dos modulaciones distintas, ambas planteadas en el presente ensayo: la primera, como ha quedado expuesta en el argumento, apelando a la noción de *validez*, y otra, que así ha sido presentada más recientemente, apelando a la *relación cognoscitiva* entre sujeto y objeto. Ciertamente, son cosas distintas, pero aquí únicamente nos centraremos en que la primera puede ser respondida desde los presupuestos de los que se sirve la solución de la segunda (que son exactamente los mismos de los que hicimos uso para la solución *ontológica* de la paradoja).

Ciertamente, las matemáticas no son descubrimientos en el sentido clásico del término: no son entidades naturales en reposo, allá afuera, esperando a ser encontradas por la avispada mente del matemático (como sugieren las versiones tradicionales del realismo matemático). No son, en resumen, lo que la tradición buenista ha llamado *descubrimiento manifestativos*. Tampoco son invenciones, también en el sentido fuerte del término: no son caprichos del matemático que inventa una serie de entidades y normas con las que dichas entidades pueden relacionarse, como si de un juego de mesa se tratara. Son lo que desde el materialismo filosófico de Gustavo Bueno se llama *descubrimientos constitutivos*. El científico conoce la realidad terciogenérica, que no es anterior a él, sino que ha sido constituida mediante M_2 (siendo él mismo otro elemento incorporado en este tipo de materialidad). Carlos Madrid lo ha expresado con las siguientes palabras:

> [Los descubrimientos constitutivos] provienen de la transformación de múltiples materiales y, por tanto, bajo ciertas condiciones que tienen que ver la neutralización de operaciones y el establecimiento de verdades como identidad sintética, son reales, a pesar de que su existencia no pueda imaginarse al margen de ciertos aparatos y operaciones, ya que sin ellos son indetectables e incognoscibles. [Madrid, 2018: 183]

En suma: el matemático no descubre objetos preexistentes a él mismo y a su labor investigadora. Él crea los signos con los que posteriormente va a operar. Pero de sus operaciones no surgen reglas azarosas, y él no tiene voluntad ni poder alguno sobre los resultados de sus propias operaciones. Estos teoremas, que aparecen como identidades sintéticas (decimos que son identidades por su forma —sin querer entrar detalladamente en esto—, y que son sintéticas porque son el resultado de la ejecución de diversas operaciones), tienen validez universal porque las relaciones de los signos que entran en la operación no pueden ser de otra manera —y es por eso por lo que la validez de dichos teoremas es universal—. Dicho de forma alegórica: es como si el matemático inventara un juego cuyas reglas no pudieran ser de otra manera. Dados los términos constituyentes de M_1, y las operaciones particulares ejecutadas sobre estos términos y el sujeto operante en M_2, no podríamos extraer identidades sintéticas distintas a las resultantes, y que son el componente de M_3. Esto encaja a la perfección con la solución ontológica de la paradoja, que ofrecimos más arriba: dijimos que las matemáticas eran contenidos culturales en M_1 y M_2 (para seguir con nuestro símil, es a estos niveles donde el matemático crea las fichas y los patrones de movimiento de estas sobre el tablero: es donde podemos negar que los descubrimientos matemáticos sean descubrimientos *manifestativos*, por ser de momento dependientes de la acción humana), y contenidos naturales en M_3 (ya por último, es aquí donde «el matemático comprueba que el juego no se puede jugar de otra manera»: porque pese a ser él el inventor de las fichas y los movimientos reglamentarios, de los números, figuras y operaciones, él no tiene capacidad de decisión alguna sobre las verdades producidas a partir de ellos; sobre estas identidades sintéticas que, aunque conformadas, no dejan de ser descubrimientos en este sentido —de ahí lo de «descubrimiento constitutivo»—).

Para concluir, queremos reiterar que la estrategia para disolver la paradoja ha sido la misma, tanto a nivel ontológico como a nivel gnoseológico. Gustavo Bueno plantea: las matemáticas no pueden entenderse ni como productos culturales ni como entidades naturales. Sin embargo, y tal y como Carlos Madrid ha expuesto apelando a la noción de realidad extendida o hiperrealidad, *se trata a su vez tanto de productos culturales como naturales*. Por otro lado, se plantea la cuestión análoga: ¿las matemáticas se descubren o se inventan? La respuesta consecuente es: ambas. Se descubren y se inventan de manera parcial y complementaria, dependiendo del tipo de materialidad en el que nos ubiquemos: son invenciones a la par que descubrimientos, porque ni son meras invenciones arbitrarias, ni son meros descubrimientos manifestativos. Son ambos. Son *descubrimientos constitutivos*.

Bibliografía

Alvargonzález, David (1996), «El darwinismo visto desde el materialismo filosófico», en *El Basilisco*, n.º 20, pp. 3-46.

Alvargonzález, David (2019), «La clasificación de las ciencias desde la filosofía del cierre categorial», en *Revista de Humanidades*, n.º 37, pp. 99-126.

Bueno, Gustavo (1979), «Operaciones autoformantes y heteroformantes. Ensayo de un criterio de demarcación gnoseológica entre la Lógica formal y la Matemática (I)», en *El Basilisco*, primera época, n.º 7, mayo-junio, pp. 16-39.

Bueno, Gustavo (1995), *¿Qué es la ciencia? La respuesta de la teoría del cierre categorial. Ciencia y filosofía*. Oviedo, Pentalfa.

Bueno, Gustavo (2000), «Las matemáticas como disciplina científica», en *Ábaco, Revista de Cultura y Ciencias Sociales*, n.º 25-26, pp. 48-71.

Carnap, Rudolph (1985), *Fundamentación lógica de la física*. Barcelona, Orbis.

Madrid Casado, Carlos M. (2018), «¿Qué son las matemáticas? La respuesta de la teoría del cierre categorial», en *Berceo*, n.º 175, pp. 163-184.

ISSN-e: 1885-5679
Gustavo Bueno: 100 años

ISSN-e: 1885-5679
Gustavo Bueno: 100 años